SERVIÇO PÚBLICO FEDERAL
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
PRÓ-REITORIA DE GRADUAÇÃO - PROGRAD
DIRETORIA DE PROCESSOS SELETIVOS - DIRPS

Processo Seletivo 2013-2 – Disciplina: MATEMÁTICA

1) **Gabarito oficial definitivo - Questão 1**

Item A:

Encontremos a equação do segmento r que conecta a parábola da esquerda P_1 e a parábola da direita P_2. Como as raízes de P_1 são 0 e 1, a equação de P_1 é da forma:

$$y = ax(x-1)$$

De $(-0.5,-0.5) = \left(-\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right) \in P_1$, obtemos

$$-\frac{1}{2} = a\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}-1\right) \Rightarrow a = -\frac{2}{3}.$$

Logo, a equação de P_1 é $y = -\frac{2}{3}x(x-1)$. Substituindo $(2, y_1) \in P_1 \cap r$, segue que

$$y_1 = -\frac{2}{3}.2(2-1) \Rightarrow y_1 = -\frac{4}{3}.$$

Como $A = (x_1, 0) \in r$, então $\dfrac{2-\left(-\frac{4}{3}\right)}{3-2} = \dfrac{2-0}{3-x_1} \Rightarrow x_1 = \dfrac{24}{10}$.

Portanto, $A = \left(\frac{24}{10}, 0\right)$.

Item B:

A equação de P_2 é: $y = b(x-4)(x-6)$

De $(3,2) \in P_2$, segue que $2 = b(3-4)(3-6) \Rightarrow b = \frac{2}{3}$.

Assim, $g(h(x)) = g(x+k)$

$$g(h(x)) = \frac{2}{3}(x+k-4)(x+k-6)$$

Como $g(h(5)) = 2$, obtemos

$$\frac{2}{3}(k+1)(k-1) = 2 \Rightarrow k^2 - 1 = 3 \Rightarrow k^2 = 4 \overset{k>0}{\Rightarrow} k = 2.$$

Portanto, $k = 2$.

Processo Seletivo 2013-2 – Disciplina: Matemática

2) Gabarito oficial definitivo - Questão 2

Item A:

Sabendo que x é o número de carros transportados no primeiro dia, o número de carros transportados em cada um dos três primeiros dias é:

1.^{0} dia: x 2.^{0} dia: $1{,}5x$ 3.^{0} dia: $2{,}25x$

Sendo *y* o número de carros de cada fila, então temos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} x + 1{,}5x = 6y \quad (I) \\ x + 1{,}5x + 2{,}25x = 12y - 24 \quad (II) \end{cases}$$

Isolando x em (I), obtemos $x = \dfrac{6y}{2{,}5}$. Substituindo em (II), determinamos o valor de y:

$$4{,}75x = 12y - 24 \Rightarrow 4{,}75 \cdot \frac{6y}{2{,}5} = 12y - 24 \Rightarrow 12y - 11{,}4y = 24 \Rightarrow y = 40.$$

Portanto, o número de carros em cada fila é 40.

Item B:

Observe que a quantidade de carros transportados em cada um dos cinco dias forma uma progressão geométrica de cinco termos com razão $1{,}5$ e primeiro termo x. A seguir, determinamos x substituindo o valor de $y = 40$ em (I) do sistema descrito no item anterior, obtendo:

$$2{,}5x = 6 \cdot 40 \Rightarrow x = 96.$$

Assim, a quantidade de carros transportada em cada um dos cinco dias é:

1.^{0} dia: $x = 96$ carros

2.^{0} dia: $1{,}5x = 144$ carros

3.^{0} dia: $2{,}25x = 216$ carros

4.^{0} dia: $(1{,}5)^3 x = 324$ carros

5.^{0} dia: $(1{,}5)^4 x = 486$ carros

Logo, a quantidade total de carros que foram transportados para o novo pátio é

96 + 144 + 216 + 324 + 486 = 1266.

Processo Seletivo 2013-2 – Disciplina: Matemática

3) **Gabarito oficial definitivo - Questão 3**

Item A:

Os três sólidos retirados do paralelepípedo reto retângulo foram:

- dois prismas retangulares (ou paralelepípedos reto retângulos) nas partes inferior e superior
- um cilindro circular reto na parte central.

As medidas, em mm, dos elementos que permitem caracterizar cada um dos sólidos retirados são:

- prisma retangular retirado da parte inferior: 17x45x5 (largura x comprimento x altura)
- prisma retangular retirado da parte superior: 17x32x8 (largura x comprimento x altura)
- cilindro circular reto retirado da parte central: raio 4 e altura 17.

Item B:

O paralelepípedo inicial possui medidas, em mm, 17x55x30. Logo, seu volume é 28.050mm³.

O volume, em mm³, de cada um dos sólidos retirados é:

- prisma retangular retirado da parte inferior: 17x45x5 = 3.825.
- prisma retangular retirado da parte superior: 17x32x8 = 4.352.
- cilindro circular reto retirado da parte central: $\pi \times 4^2 \times 17 = 272\pi$.

Portanto, o volume, em mm³, da peça metálica é:

$$28.050 - (3.825 + 4.352 + 272\pi) = 19.873 - 272\pi.$$

Processo Seletivo 2013-2 – Disciplina: Matemática

4) Gabarito oficial definitivo - Questão 4

Item A:

O triângulo de vértices AOP é retângulo, com ângulo reto em O, e o ângulo em A mede 30^0, em que O é a origem do sistema cartesiano. Assim,

$$\tan 30 = \frac{b}{100}$$

Logo,

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{b}{100}.$$

Portanto,

$$b = \frac{100\sqrt{3}}{3}.$$

Item B:

A equação que os pontos da representação cartesiana da pista devem satisfazer é a equação de uma circunferência de centro C, que está sobre a mediatriz do segmento AB, e raio $r = PC$. Observe que a mediatriz do segmento AB coincide com o eixo y, ou seja, C é da forma

$$(0, c).$$

Temos que são iguais as medidas dos segmentos AC e PC. Assim, devemos ter a igualdade (*) abaixo

$$(0-(-100))^2 + (c-0)^2 = (0-0)^2 + \left(c - \frac{100\sqrt{3}}{3}\right)^2 = c^2 - \frac{200\sqrt{3}}{3}c + \frac{10000}{3}$$

Desenvolvendo e simplificando (*), obtêm-se $c = -\frac{100\sqrt{3}}{3}$.

Portanto, como $r = PC$ segue que

$$r = \frac{200\sqrt{3}}{3}.$$

Dessa forma, a equação que os pontos da representação cartesiana da pista devem satisfazer é

$$(x-0)^2 + \left(y + \frac{100\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \left(\frac{200\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{40000}{3}.$$