

- 1 A Editora Século 22 pretende lançar no mercado, a partir de janeiro de 2014, duas edições do livro "Fauna do Pantanal": uma edição de bolso e uma edição em capa dura. Um estudo feito pelo departamento de vendas da editora fez uma projeção das receitas a serem obtidas com as vendas das duas edições, no primeiro quadrimestre de 2014.

Edição de Bolso	
Janeiro	R\$ 720,00
Fevereiro	R\$ 1 080,00
Março	R\$ 1 440,00
Abril	R\$ 1 800,00

Edição Capa Dura	
Janeiro	R\$ 3 600,00
Fevereiro	R\$ 3 870,00
Março	R\$ 4 140,00
Abril	R\$ 4 410,00

- A Considere que a receita de cada edição possa ser expressa por uma função polinomial do 1º grau $y = ax + b$, em que $x = 0$ representa janeiro de 2014, $x = 1$ fevereiro de 2014 e assim por diante, e y representa a receita mensal correspondente. Escreva a função receita da edição de bolso e a função receita da edição capa dura.
- B Suponha que essas projeções valham por ao menos cinco anos. A partir de que mês e ano a receita mensal da edição de bolso será maior que a receita mensal da edição capa dura?
- C Qual será a receita média mensal da edição de bolso nesse período de cinco anos?

Resolução

- A Edição de Bolso Edição Capa Dura
 $y = 360x + 720$ $y = 270x + 3600$

- B $360x + 720 > 270x + 3600$
 $x > 32$
A partir de outubro de 2016.

- C $a_1 = 720$
 $a_{60} = a_1 + 59r = 720 + 59(360) = 21960$
 $S_{60} = \frac{(720 + 21960)60}{2} = 680400$
A receita média mensal é $\frac{680400}{60} = 11340$; R\$ 11340,00

- 2 Uma livraria pode obter da editora o livro "Fauna do Pantanal", edição de bolso, por R\$ 30,00 cada exemplar, e estima que, se vender o livro por x reais o exemplar, aproximadamente $10(36 - x)$ exemplares serão vendidos por semana.

- A** Expresse o lucro semanal da livraria com a venda da edição de bolso em termos de seu preço.
- B** Que preço a livraria deve cobrar por livro para obter o maior lucro semanal possível?
- C** Qual é o valor do lucro máximo por semana?

Resolução

A $L(x) = 10x(36 - x) - 300(36 - x) = -10x^2 + 660x - 10\,800$

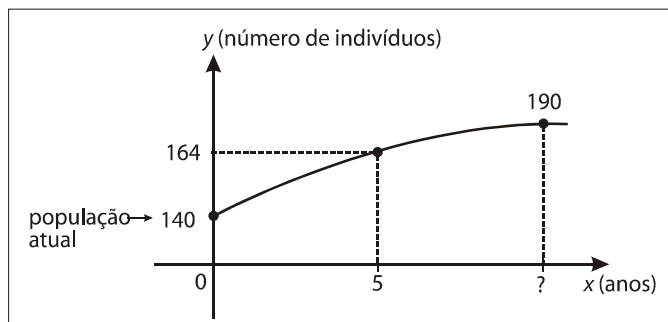
B $x = -660/(-20) = 33$

A livraria deve cobrar R\$ 33,00 o exemplar.

C $L(33) = 90$

O valor do lucro máximo semanal é R\$ 90,00.

- 3 A União Internacional para a Conservação da Natureza dos Recursos Naturais lista a espécie cachorro-vinagre como uma espécie quase ameaçada, principalmente devido à destruição do seu *habitat*. Suponha que um estudo mostrou que uma política correta de conservação, no pantanal, deve fazer com que o número de indivíduos $f(x)$, daqui a x anos, seja dado pela função $f(x) = a - b \cdot e^{-0,1x}$ representada no gráfico da figura.



Se essa política for mantida, daqui a quantos anos a população de cachorros-vinagre será de 190 indivíduos?

Se precisar, use os dados: $\ln 2 = 0,7$; $\ln 3 = 1,1$; $\sqrt{e} = \frac{5}{3}$

A expressão $\ln x$, com $x > 0$, representa o logaritmo de qualquer número real positivo x na base e , em que $e = 2,718\dots$, é o número de Euler.

Resolução

$$f(x) = a - b \cdot e^{-0,1x}$$

$$\begin{cases} f(0) = a - b = 140 \\ f(5) = a - b \cdot e^{-0,5} = 164 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a - b = 140 \\ a - 0,6b = 164 \end{cases} \rightarrow a = 200, b = 60$$

$$f(x) = 200 - 60e^{-0,1x}$$

$$190 = 200 - 60e^{-0,1x}$$

$$e^{-0,1x} = \frac{1}{6}$$

$$\ln e^{-0,1x} = \ln 1 - \ln 6$$

$$-0,1x = 0 - (0,7 + 1,1)$$

$$x = 18 \text{ anos}$$

Daqui a 18 anos.

4

- A** O departamento de Marketing da editora decidiu fazer cartazes de propaganda diferenciados para divulgar o livro “Fauna do Pantanal”, capa dura. Em cada cartaz estaria escrita uma permutação de todas as letras da palavra PANTANAL. Além disso, deveriam começar com a letra P, terminar por L e ter as vogais A sempre juntas. Quantos tipos de cartazes diferentes poderiam fazer?
- B** Suponha que foram feitas 20 capas diferentes para o livro “Fauna do Pantanal”, edição de bolso. Elas foram colocadas dentro de um envelope. Se procuramos uma capa determinada e retiramos 4 ao acaso, qual é a probabilidade de que a capa que está sendo procurada esteja entre elas?

Resolução

A

$$\boxed{AAA} NNT \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

$$N \boxed{AAA} NT \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

$$NN \boxed{AAA} T \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

$$NNT \boxed{AAA} \rightarrow \frac{3!}{2!} = 3$$

Portanto: $4 \cdot 3 = 12$ capas

- B** Podemos fazer 5 montes com 4 capas cada. A probabilidade pedida é: $1/5 = 0,2$.

- 5 Um funcionário da editora deveria entregar 4 pacotes de livros, indistinguíveis, para 4 livrarias diferentes. No entanto, o departamento de produção se esqueceu de colocar o nome das livrarias que deveriam receber os pacotes. Por isso ele decidiu distribuí-los ao acaso entre as livrarias. Calcule a probabilidade de que
- A todos os pacotes cheguem ao destino correto;
 - B três pacotes cheguem ao destino correto e o quarto, não;
 - C dois pacotes cheguem ao destino correto e os outros dois, não;
 - D um pacote chegue ao destino correto e os outros três, não;
 - E nenhum pacote chegue ao destino correto.

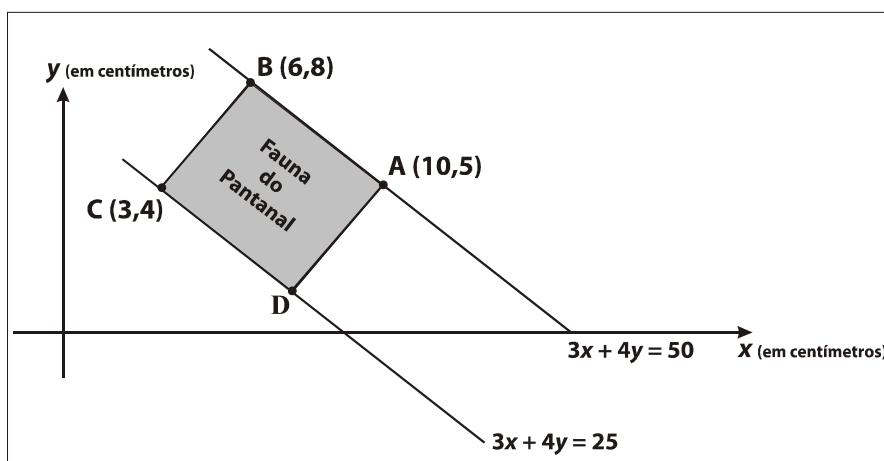
Resolução

As possibilidades de distribuir 4 pacotes ao acaso é: $4! = 24$.

- A Os quatro pacotes chegam ao seu destino correto: $1/24$.
- B Três pacotes chegam ao seu destino. Se 3 pacotes chegam ao seu destino correto, o quarto necessariamente também. A probabilidade é igual a 0.
- C Dois pacotes chegam ao seu destino correto: $6/24 = 1/4$.
- D Um pacote chega ao seu destino correto: $8/24 = 1/3$.
- E Nenhum pacote chega ao seu destino correto: $1 - (1/24) - 0 - (1/4) - (1/3) = 9/24 = 3/8$.

- 6** A figura mostra uma representação plana da capa de uma edição especial do livro “Fauna do Pantanal”.
A razão de semelhança entre cada lado da representação e cada lado correspondente da capa real do livro é 20%.

- A** Qual é a distância entre as retas $3x + 4y = 50$ e $3x + 4y = 25$?
B Quais são as coordenadas do vértice D?
C Qual é o perímetro, na realidade, da capa do livro?



Resolução

- A** As duas retas são paralelas. A distância do ponto B (6, 8) à reta $3x + 4y = 25$ é igual a:

$$d = \frac{|3 \cdot 6 + 4 \cdot 8 - 25|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{25}{5} = 5,5 \text{ cm}$$

- B** A equação da reta que passa por A (10, 5) e é perpendicular à reta que contém os pontos C e D é:
 $y - 5 = 4/3 \cdot (x - 10)$, ou seja, $4x - 3y = 25$.

A solução do sistema de equações: $4x - 3y = 25$ e $3x + 4y = 25$ é o ponto D (7, 1).

- C** O perímetro da representação no plano cartesiano é igual a $4 \cdot 5 = 20$ cm.
O perímetro da capa real p é tal que $20/p = 20\%$. Portanto;
 $p = 100$ cm.

- 7 Os livros “Fauna do Pantanal”, edição capa dura, que medem 16 x 24 x 5 cm cada um, serão embalados em caixas, cada uma contendo 8 exemplares, dispostos em duas pilhas de 4 exemplares cada uma. As caixas têm a forma de paralelepípedos retângulos de dimensões 32 x 24 x 30 cm. Qual é o volume, em centímetros cúbicos, do espaço da caixa não ocupado pelos livros?

Resolução

O volume ocupado pelos oito livros é $(2 \times 16) \times 24 \times (4 \times 5) \text{ cm}^3$.

O volume da caixa é $32 \times 24 \times 30 \text{ cm}^3$.

O volume livre da caixa é a diferença $32 \times 24 \times (30 - 20) \text{ cm}^3 = 7\,680 \text{ cm}^3$.

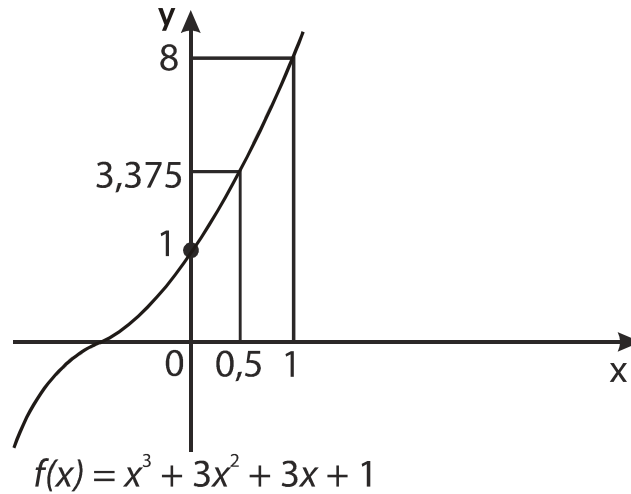
- 8 Para promover a divulgação do livro em uma Bienal, a editora contratou três funcionários: Amanda, Bia e Cláudio, com salários de x, y, z reais, respectivamente. Os salários eram tais que $x - 2y = 0$, $2x - 3y - z = 0$ e $x - y - z = 0$.
No entanto, Amanda fez uma reivindicação e conseguiu um aumento de 50% sobre seu salário inicial. Com isso passou a receber R\$ 1 200,00 a mais que Cláudio.
Qual era o salário original de cada um?

Resolução

Resolvendo o sistema linear homogêneo, obtemos: $x = 2y$ e $y - z = 0$.
Como $1,5x = z + 1\,200 = y + 1\,200$ e $x = 2y$, temos que $y = z = 600$ e $x = 1\,200$.
O salário de Amanda é R\$ 1 200,00, de Bia R\$ 600,00 e de Cláudio, R\$ 600,00.

9

- A** A figura mostra o gráfico da função $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1$. Determine as raízes complexas da equação $f(x) = 0$ e escreva-as na forma $a + bi$, em que a e b são números reais e $i^2 = -1$.



- B** A editora aplicou a quantia de R\$ 100 000,00 a uma taxa anual de juros compostos x esperando receber após 3 anos o montante de R\$ 337 500,00. A que taxa de juro anual aplicou essa quantia? Justifique a resposta usando o gráfico do item A.

Resolução

- A** A equação tem uma raiz -1 de multiplicidade 3. Portanto: $-1 = -1 + 0i$.

- B** Temos que: $100\,000(1+x)^3 = 337\,500$

Portanto: $x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 3,375$

Observando o gráfico do item A, obtemos $x = 0,5 = 50\%$.

- 10** A editora recebeu um pedido de 5 000 exemplares da edição especial de "Fauna do Pantanal". A editora possui x máquinas, cada uma das quais é capaz de imprimir 50 livros por hora. O custo de programar as máquinas para a impressão é de R\$ 40,00 por máquina. As máquinas são automáticas e necessitam somente de um supervisor que recebe R\$ 20,00 por hora. O custo total da impressão foi de R\$ 600,00 e foram utilizadas mais de seis máquinas.

- A** Quantas máquinas foram usadas?
B Quanto vai receber o supervisor pelo trabalho?

Resolução

- A** Se x é o número de máquinas e y o número de horas que cada máquina está em funcionamento, temos que o custo total da impressão é: $40x + 20y$.
Temos também que $x \cdot 50 \cdot y = 5000$ e $y = 100/x$.
Como o custo total é R\$ 600,00, podemos escrever:
 $40x + 2000/x = 600$
 $4x^2 - 60x + 200 = 0$.
As raízes são 5 e 10.
Pelos dados do problema, foram utilizadas 10 máquinas.
- B** $y = 100/x = 100/10 = 10$; 10 horas.
O supervisor recebeu pelo trabalho $20 \cdot 10 = 200$; R\$ 200,00.